永豐 ibrAin 的演算法

✓ 透過運算建立一套動態調整股債配置的機制以為投資建議	✓ 資產配置的選擇主要依據為預期到期資產水準與預期未達標時之缺口大小
✓ 資產配置選擇的依據為當前的目標達成率與剩餘投資期間	✓ 資產配置是持續動態調整的過程。

目錄

投資目標
投資市場
投資模型
投資組合建構

投資目標

目標導向的投資是永豐 ibrAin 的基礎。我們希望透過我們的投資模型可以實際有效地協助客戶達成投資的目標。

一般來說，投資人希望他於計劃期間結束時的資產愈高愈好或者其能愈早達成目標愈好。如果到期無法達成目標，甚至到期資產與目標間的差距(缺口)極大，將對投資人帶來很大的傷害。因此我們的模型設計必須兼顧下列兩項目標：

- 到期時若達成目標，則投資人的資產愈高愈好或愈早達成目標愈好。
- 到期時若無法達成目標，則投資人的資產與目標間的缺口(差距)愈小愈好。

投資市場

我們將資產區分為風險性資產(股票)與防禦性資產(債券)兩大類。其中風險性資產具備高報酬高波動的特性，而防禦性資產具備低報酬低波動的特性。

一般來說，最具代表性的風險性資產就是股票，而最具代表性的防禦性資產則是債券。

投資模型

投資一年

簡而言之，我們的投資模型就是依據投資人當下的目標達成率與剩餘投資期間，決定最適合的投資配置。

舉例來說，假設投資人計畫投資一年，讓資產成長到 100 萬。依據他當下準備投資的資金，可以分為幾個情境：

情境一：目前資產非常接近目標，例如目前資產 99 萬

因為目前資產 99 萬，對應目標 100 萬，當下的目標達成率是 99%。因此我們比較各種配置計畫：100%風險性資產、99%風險性資產與 1%防禦型資產、..... 1%風險性資產與 99%防禦型資產、100%防禦型資產。於 10 萬種資產走勢情境下(依據資產預期報酬率，波動度及資產間相關係數模擬抽樣)，模擬各種投資計畫可能的到期資產水準、若未達標時之缺口，以及該到期資產水準下對應的投資人滿意度。如下表所示：

情境	風險性資產報酬	防禦型資產報酬	投資計畫 1 100%風險性資產		投資計畫 2 99%風險性資產 1%防禦性資產		.....	投資計畫 101 100%防禦性資產	
			到期資產	缺口	到期資產	缺口	.....	到期資產	缺口
1	-10.79%	6.85%	883,172	-116,828	884,919	-115,081	.....	1,057,856	0
2	-41.07%	10.61%	583,405	-416,595	588,521	-411,479		1,095,019	0
3	10.36%	1.59%	1,092,530	0	1,091,662	0		1,005,728	0
4	1.84%	-6.57%	1,008,204	0	1,007,372	0		924,920	-75,080
5	10.40%	2.45%	1,092,988	0	1,092,201	0		1,014,281	0
6	-19.12%	9.30%	800,666	-199,334	803,480	-196,520		1,082,046	0
7	-8.46%	-0.82%	906,261	-93,739	907,017	-92,983		981,874	-18,126
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....		.....	.....
1000	24.93%	7.12%	1,236,796	0	1,235,033	0		1,060,494	0
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....		.....	.....

經過此一模擬，我們可以比較各種投資計畫的平均到期資產與若未達標時之缺口大小，並以此決定在特定目標達成率與投資期間下最適合的投資計畫。換句話說，在目標達成率 99%(目前資產 99 萬，目標 100 萬)，投資一年的設定下，比較各種投資計畫到期資產與若未達標時之缺口帶來的負面效果，我們找到最適合的投資計畫。

情境二：目前資產離目標有段距離，例如目前資產 50 萬

因為目前資產 50 萬，對應目標 100 萬，當下的目標達成率是 50%。因此我們比較各種配置計畫：100%風險性資產、99%風險性資產與 1%防禦型資產、..... 1%風險性資產與 99%防禦型資產、100%防禦型資產。於 10 萬種資產走勢情境下(依據資產預期報酬率，波動度及資產間相關係數模擬抽樣)，模擬各種投資計畫可能的最後資產水準、若未達標時之缺口，以及該資產水準下對應的投資人滿意度。如下表所示：

情境	風險性資產報酬	防禦型資產報酬	投資計畫 1 100%風險性資產		投資計畫 2 99%風險性資產 1%防禦性資產		.....	投資計畫 101 100%防禦性資產	
			到期資產	缺口	到期資產	缺口	.....	到期資產	缺口
1	-10.79%	6.85%	446,050	-553,950	446,932	-553,068	.....	534,250	-465,750
2	-41.07%	10.61%	294,650	-705,350	297,234	-702,766	.....	553,050	-446,950
3	10.36%	1.59%	551,800	-448,200	551,362	-448,639	.....	507,950	-492,050
4	1.84%	-6.57%	509,200	-490,800	508,780	-491,221	.....	467,150	-532,850
5	10.40%	2.45%	552,000	-448,000	551,603	-448,398	.....	512,250	-487,750
6	-19.12%	9.30%	404,400	-595,600	405,821	-594,179	.....	546,500	-453,500

7	-8.46%	-0.82%	457,700	-542,300	458,082	-541,918	.....	495,900	-504,100
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
1000	24.93%	7.12%	624,650	-375,350	623,760	-376,241	.....	535,600	-464,400
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

經過此一模擬，我們可以比較各種投資計畫的平均到期資產與若未達標時之缺口大小，並以此決定在特定目標達成率與投資期間下最適合的投資計畫。換句話說，在目標達成率50%(目前資產 50 萬，目標 100 萬)，投資一年的設定下，比較各種投資計畫到期資產與若未達標時之缺口帶來的負面效果，我們找到最適合的投資計畫。

情境三：目前資產超過目標，目前資產 150 萬

因為目前資產 150 萬，對應目標 100 萬，當下的目標達成率是 150%。因此我們比較各種配置計畫：100%風險性資產、99%風險性資產與 1%防禦型資產、..... 1%風險性資產與 99%防禦型資產、100%防禦型資產。於 10 萬種資產走勢情境下(依據資產預期報酬率，波動度及資產間相關係數模擬抽樣)，模擬各種投資計畫可能的最後資產水準、若未達標時之缺口，以及該資產水準下對應的投資人滿意度。如下表所示：

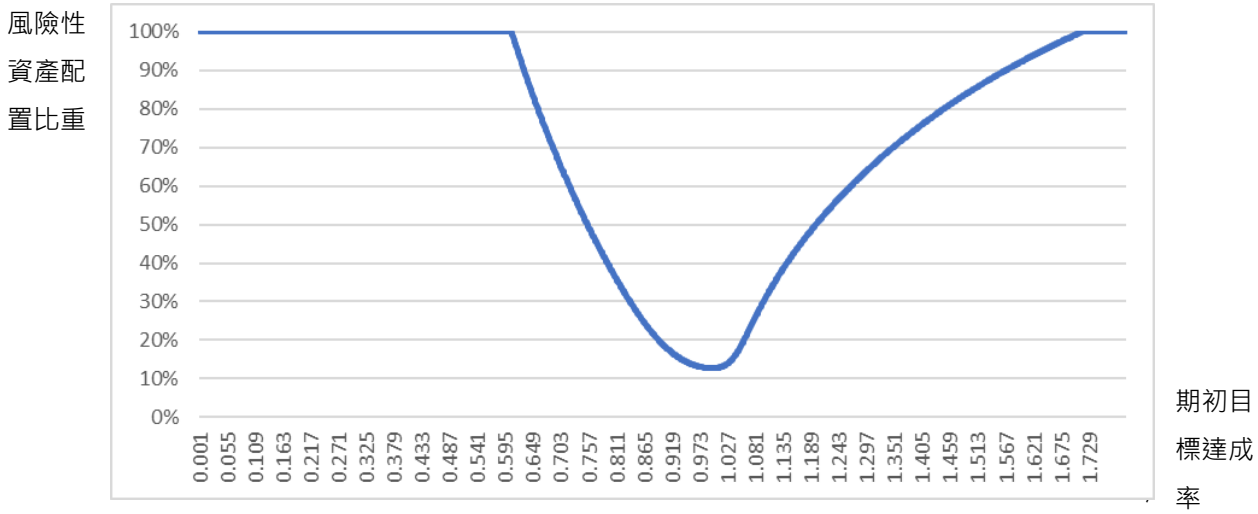
情境	風險性資產報酬	防禦型資產報酬	投資計畫 1 100%風險性資產		投資計畫 2 99%風險性資產 1%防禦性資產		.....	投資計畫 101 100%防禦性資產	
			到期資產	缺口	到期資產	缺口	.....	到期資產	缺口
1	-10.79%	6.85%	1,338,150	0	1,340,796	0	.....	1,602,750	0
2	-41.07%	10.61%	883,950	-116,050	891,702	-108,298	.....	1,659,150	0
3	10.36%	1.59%	1,655,400	0	1,654,085	0	.....	1,523,850	0
4	1.84%	-6.57%	1,527,600		1,526,339	0	.....	1,401,450	0
5	10.40%	2.45%	1,656,000		1,654,808	0	.....	1,536,750	0
6	-19.12%	9.30%	1,213,200		1,217,463	0	.....	1,639,500	0
7	-8.46%	-0.82%	1,373,100		1,374,246	0	.....	1,487,700	0
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
1000	24.93%	7.12%	1,873,950	0	1,871,279	0	.....	1,606,800	0
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

經過此一模擬，我們可以比較各種投資計畫的平均到期資產與若未達標時之缺口大小，並以此決定在特定目標達成率與投資期間下最適合的投資計畫。換句話說，在目標達成率150%(目前資產 150 萬，目標 100 萬)，投資一年的設定下，比較各種投資計畫到期資產與若未達標時之缺口帶來的負面效果，我們找到最適合的投資計畫。

根據上述方法，在投資一年的前提下，起始目標達成率自 0.01%到 250.00%，我們可以

得到 25,000 組同時考量到期資產與缺口大小下之最適投資組合，如圖一所示：

圖一：投資期間 1 年，各種目標達成率，所應採取的資產配置

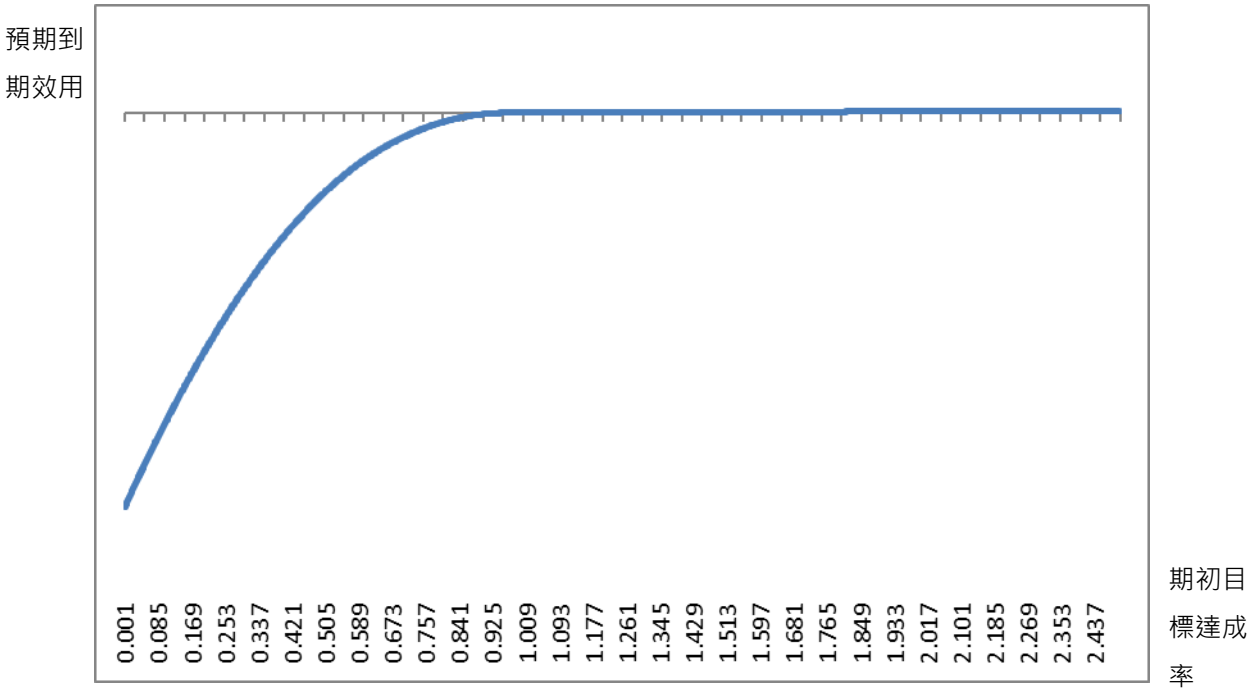


由圖一，我們可以發現：

1. 當目標達成率在 99.1%~100.2%間，我們稱之為保守區間，也就是目前資產在 99.1 萬~100.2 萬間，我們會採取最保守的資產配置：風險性資產僅有 12.7%。因為就要到期，若採取較為積極的策略，可能會讓到期時之缺口過大。
2. 當目標達成率愈小(從保守區間向左移動)，風險性資產的投資比重則會逐步上升，畢竟若不積極一點，到期可能無法達成目標。
3. 當目標達成率愈大(從保守區間向右移動)，風險性資產的投資比重也會逐步上升，畢竟目標達成率變大，可以再承擔多一點的風險，以追求財富增值。
4. 在目標達成率大於 1 的區間(從保守區間向右移動)，風險性資產配置比重上升的速度明顯低於目標達成率小於 1 區間的上升速度。因為達成目標還是核心宗旨，因此在目標達成率小於 1 的區間(從保守區間向左移動)，目標達成率須由 99.1%下降至 60.7%，風險性資產配置會由最低風險性資產配置 12.7%增加到 100%；但在目標達成率大於 1 的區間(從保守區間向右移動) 目標達成率須由 100.2%提升至 171.5%，風險性資產配置才會由最低風險性資產配置 12.7%增加到 100%。而此正反映，模型設計為達成目標且兼顧若未達標時得以有效控制缺口大小的特性。

而對應圖一(線上任一點皆表示特定目標達成率之最適股債配置)，我們皆可找到投資一年，對應各種起始目標達成率，依據模型計算之最適投資配置，在 10 萬種以上的情境下，依據到期資產所衍生之預期投資效用，如圖二所示：

圖二：投資期間 1 年，各種目標達成率在最適策略下之預期效用

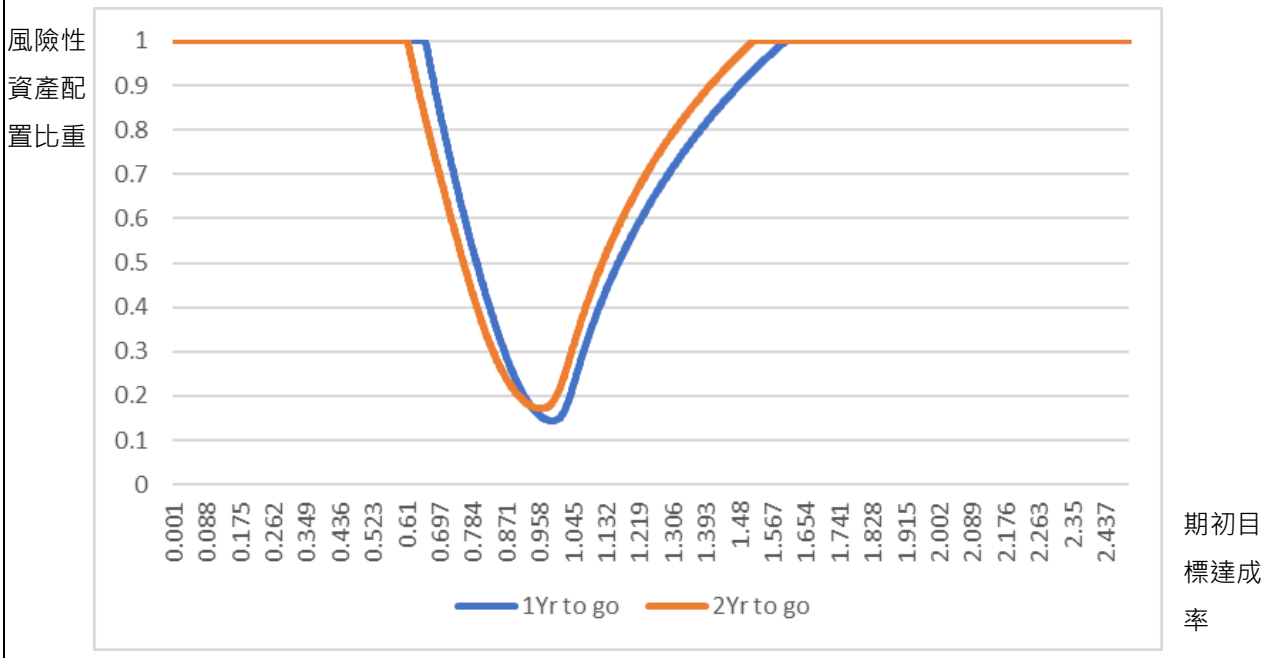


根據圖二，當投資人起始目標達成率愈小，其到期目標達成率也愈小(缺口也愈大)，而其到期預期效用將急速下降。而此一設計的確也反映在計算結果上。快到期時，需要持盈保泰，以避免承擔過多的風險。而此也正是永豐 ibrAin 有別於其他投資模型的一項特色。

投資 2 年以上

依據前述，若投資期間為 2 年，在已知投資 1 年所有目標達成率所對應的最適投資計畫的前提下，我們利用另外的風險性資產與防禦型資產的可能 10 萬條以上的走勢路徑，可以比較各種投資配置下之 2 年投資期間的預期到期資產與缺口。由此我們可以得到各種起初目標達率之投資 2 年的最適投資計畫。下圖三表示

圖三：投資期間 1 年與 2 年，各種目標達成率應採取的資產配置

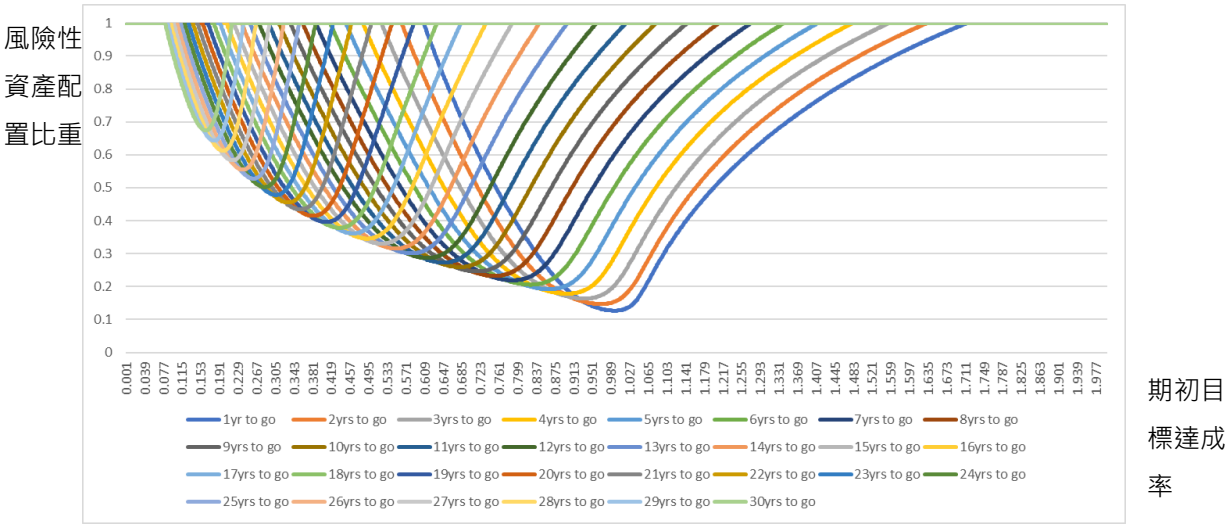


由圖三我們可以發現：

1. 當投資期間愈長，保守區間愈往左邊移動(目標達成率愈低)：僅剩一年，資產 99 萬就該最保守，剩二年，資產 98 萬就該最保守。
2. 當投資期間愈短，保守區間對應之風險性資產投資比重愈低：僅剩一年，該最保守就要最保守。而當投資期拉長，在保守區的對應之風險性資產投資比重也就愈高。
3. 當投資期間愈短，開口愈大：當投資期間愈短，除非目標達成率的變動很大，否則不願意提高風險性資產的比重。

同理，我們可以將投資期間從一年一直延伸到 30 年，對應 0.01%到 250%的目標達成率，我們可以得到 750,000 組投資組合配置，如下圖四所示。惟須注意的是，資產配置是持續動態調整的過程。在同一年度間，為線上的移動。而一旦剩餘投資期間變化，則為線與線間的移動，而此正是我們動態再平衡的基礎。

圖四：1~30 年的投資期間，各種目標達成率，所應採取的資產配置



由圖四我們可以發現我們投資計畫的特色：

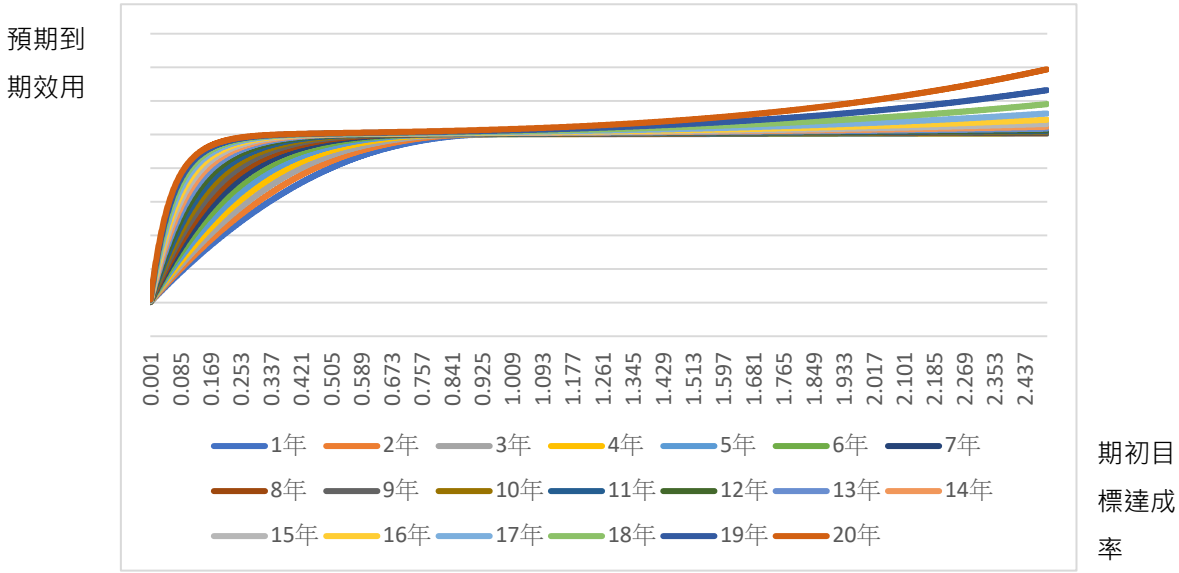
1. 當投資期間愈長，保守區間愈往左邊移動(目標達成率愈低)：僅剩一年，資產 99 萬就該最保守，剩二年，資產 98 萬就該最保守.....。
2. 當投資期間愈短，保守區間對應之風險性資產投資比重愈低：僅剩一年，該最保守就要最保守。而當投資期拉長，因為還要追求提早達標或財富增值的目的，保守區對應之風險性資產投資比重也就愈高。
3. 當投資期間愈短，開口愈大：當投資期間愈短，除非目標達成率的變動很大，否則不願意提高風險性資產的比重。

從中，我們取 1~20 年的投資期間，針對各種期初目標達成率，若採取最適策略所對應之預期效用繪製於圖五。由圖五我們可以發現：

給定相同的期初目標達成率，投資期間愈長，預期效用愈高。而此反映的是：

1. 相同的期初目標達成率，投資期間愈長，到期資產愈高
2. 相同的期初目標達成率，投資期間愈長，發生缺口(到期資產小於目標的金額)的機率較低。
3. 相同的期初目標達成率，投資期間愈長，若發生缺口，則缺口較小。

圖五：1~20 年的投資期間，各種目標達成率在最適策略下之預期效用

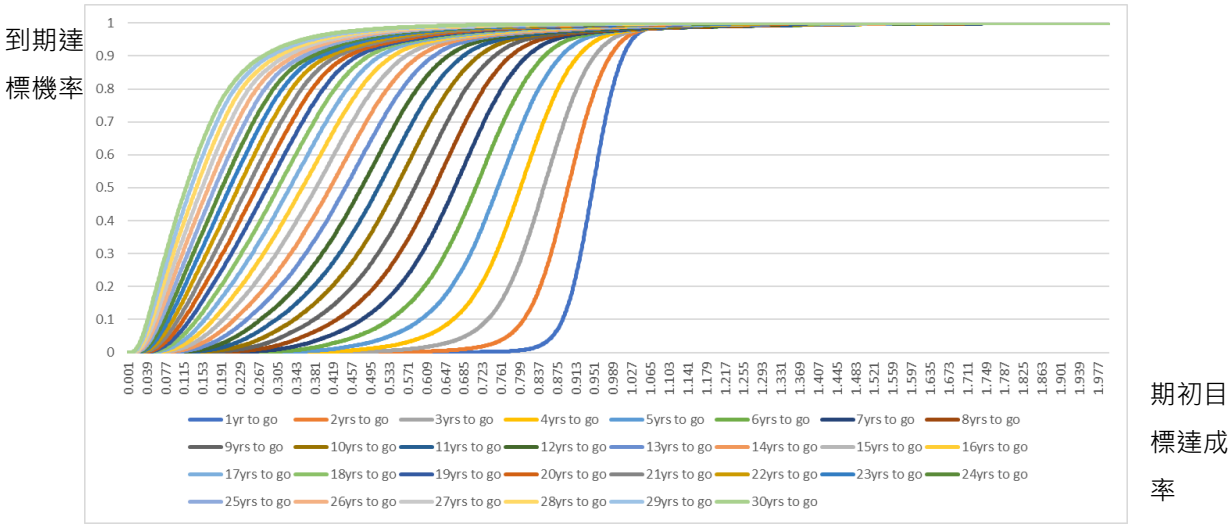


總結來說，每個時點，我們依據投資人當下的目標達成率與剩餘投資期間，由事先規劃好之計畫中，選定對應最佳之投資配置。此即為我們的投資模型。

投資組合建構

依據演算法，我們可以建立一套對應各種年期與起始目標達成率的投資計畫。我們同樣透過蒙地卡羅模擬，可以得到各種年期與起始目標達成率所對應之到期達標機率。

圖六：1~30 年的投資期間，各種目標達成率的到期達標機率



由上圖可知

- 在相同的投資期間下，起始目標達成率愈高，到期達標的機率愈高
- 在相同的起始目標達成率下，投資期間愈長，到期達標的機率愈高

正因為起始目標達成率愈高，到期達標機率也愈高。為使投資人可以確保一定的達標機

	率，且期初投入不致過大，我們選擇達標機率達 60%所對應之起始目標達成率，作為投資人的投資規劃。 舉例來說，投資期間 10 年，起始目標達成率為 54.50%所對應達標機率達 60%。因此，如果目標 10 年資產成長到 100 萬，我們會為其規畫起始投入 54.5 萬與 0 元定時定額投入的計畫。因為目標達成率為 54.50%，投資 10 年，我們由演算法計算之最適風險性資產配置 49.70%，防禦性資產配置 50.3%，我們據此建構投資組合。